Nombre:		Calificación
Apellidos:		
DNI/Alias		
Titulación		

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

Mini-parcial (120 minutos): 21 de Noviembre de 2019

Instrucciones: Se deberá entregar únicamente este block con cuatro hojas con la solución del ejercicio. Podéis utilizar todas la hojas de sucio que deseéis pero sólo recogeré este block. Deberéis escribir tanto vuestro nombre como el alias con el que queráis que aparezca vuestra calificación. Podéis usar los enunciados de apartados no resueltos para resolver otros siempre que no hagáis bucles. Cada apartado vale hasta 2 puntos

Denotamos $K := \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ y $\alpha := (2+\sqrt{2})(3+\sqrt{3}) \in K$.

(1) Calcular el grado de la extensión $\mathbb{Q}(\alpha)|\mathbb{Q}$.

(2) Calcular las imágenes de α por los automorfismos de $G(K : \mathbb{Q})$. Demostrar que las raíces en $\mathbb{C}$ del polinomio mínimo de α sobre $\mathbb{Q}$ son $(2+\sqrt{2})(3+\sqrt{3})$, $(2-\sqrt{2})(3+\sqrt{3})$, $(2+\sqrt{2})(3-\sqrt{3})$ y $(2-\sqrt{2})(3-\sqrt{3})$. Calcular dicho polinomio mínimo.

(3) Sea $\beta := \sqrt{\alpha} \in \mathbb{R}$ el único número real positivo cuyo cuadrado es α. Probar que el grado de la extensión $\mathbb{Q}(\beta)|\mathbb{Q}$ es 8 y calcular el polinomio mínimo f de β sobre $\mathbb{Q}$.

(4) Probar que la extensión $\mathbb{Q}(\beta)|\mathbb{Q}$ es de Galois. Calcular el grupo de Galois $G(\mathbb{Q}(\beta) : \mathbb{Q})$. (*Ayuda*: Puede ser beneficioso expresar todas las raíces de f en términos de β, $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$).

(5) Encontrar elementos primitivos de cada una de las subextensiones de $\mathbb{Q}(\beta)|\mathbb{Q}$. ¿Cuáles de ellas son de Galois?

Nombre:		Calificación
Apellidos:		
DNI/Alias		
Titulación		

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

Mini-parcial (120 minutos): 21 de Noviembre de 2019

Instrucciones: Se deberá entregar únicamente este block con cuatro hojas con la solución del ejercicio. Podéis utilizar todas la hojas de sucio que deseéis pero sólo recogeré este block. Deberéis escribir tanto vuestro nombre como el alias con el que queráis que aparezca vuestra calificación. Podéis usar los enunciados de apartados no resueltos para resolver otros siempre que no hagáis bucles. Cada apartado vale hasta 2 puntos

Denotamos $K := \mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{19})$ y $\alpha := (2+\sqrt{2})(19+\sqrt{19}) \in K$.

(1) Calcular el grado de la extensión $\mathbb{Q}(\alpha)|\mathbb{Q}$.

(2) Calcular las imágenes de α por los automorfismos de $G(K : \mathbb{Q})$. Demostrar que las raíces en $\mathbb{C}$ del polinomio mínimo de α sobre $\mathbb{Q}$ son $(2+\sqrt{2})(19+\sqrt{19})$, $(2-\sqrt{2})(19+\sqrt{19})$, $(2+\sqrt{2})(19-\sqrt{19})$ y $(2-\sqrt{2})(19-\sqrt{19})$. Calcular dicho polinomio mínimo.

(3) Sea $\beta := \sqrt{\alpha} \in \mathbb{R}$ el único número real positivo cuyo cuadrado es α. Probar que el grado de la extensión $\mathbb{Q}(\beta)|\mathbb{Q}$ es 8 y calcular el polinomio mínimo f de β sobre $\mathbb{Q}$.

(4) Probar que la extensión $\mathbb{Q}(\beta)|\mathbb{Q}$ es de Galois. Demostrar que el grupo de Galois $G(\mathbb{Q}(\beta) : \mathbb{Q})$ es isomorfo al grupo cuaternión $\mathcal{Q}_8$. (*Ayuda*: Puede ser beneficioso expresar todas las raíces de f en términos de β, $\sqrt{2}$ y $\sqrt{19}$)

(5) Encontrar elementos primitivos de cada una de las subextensiones de $\mathbb{Q}(\beta)|\mathbb{Q}$. ¿Cuáles de ellas son de Galois?