MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega (Tipo 1)

1. Sean f y $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x^2$ y $g(x) = x^2 - 1$. Hallar las funciones $f \circ f, f \circ g, g \circ f, g \circ g$ y determinar el conjunto

$$\{x \in \mathbb{R} : (f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)\}.$$

2. Se define en $\mathbb{R}^2$ la relación $(x, y)\mathcal{R}(a, b)$ si y solo si $y - b = x^2 - a^2$. Demuestra que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia $[(0, 0)]$, $[(0, 2)]$ y $[(1, 1)]$. Describe la clase de un punto cualquiera $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Describe el conjunto cociente $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega (Tipo 2)

1. Sean X un conjunto y $f : X \to X$ y $g : X \to X$ dos aplicaciones tales que la composición $f \circ g \circ f : X \to X$ es biyectiva. Demostrar que f es biyectiva.

2. Se define en $\mathbb{R}^2$ la relación $(x, y)\mathcal{R}(a, b)$ si y solo si $|x| = |a|$. Demuestra que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia $[(0, 0)]$, $[(1, -2)]$, $[(0, 2)]$ y $[(-1, 1)]$. Describe la clase de un punto cualquiera $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Describe el conjunto cociente $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega (Tipo 3)

1. Sea $f : \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{Z}^+$ la aplicación que a cada número natural positivo n le asigna la suma de los dígitos de n.

   (1) Decidir si f es inyectiva y si es sobreyectiva y explica los porqués.

   (2) Para todo $i \geq 1$ sea $\mathcal{R}_i$ la relación de equivalencia en $\mathbb{Z}^+$ definida por:

$$x \, \mathcal{R}_i \, y \quad \Longleftrightarrow \quad f^i(x) = f^i(y),$$

   donde f^i es la composición de f consigo mismo i veces. Describa la clase $[1]_{\mathcal{R}_1}$. Demuestra que si $1 \leq i \leq j$, entonces $[n]_{\mathcal{R}_i} \subseteq [n]_{\mathcal{R}_j}$ para todo número natural positivo n. ¿Es $[1]_{\mathcal{R}_1} = [1]_{\mathcal{R}_2}$?.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Tercera entrega (Tipo 4)

1. Sean $f : A \to B$ una aplicación y $X \subset A$. ¿Es cierto en general que $f^{-1}(f(X)) = X$? ¿Y si f es inyectiva? ¿Y si f es sobreyectiva?

2. Se define en $\mathbb{R}^2$ la relación $(x, y)\mathcal{R}(a, b)$ si y solo si $y^2 - b^2 = x^2 - a^2$. Demuestra que $\mathcal{R}$ es una relación de equivalencia. Describe las clases de equivalencia $[(0, 0)]$, $[(0, 2)]$ y $[(1, 1)]$. Describe la clase de un punto cualquiera $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Describe el conjunto cociente $\mathbb{R}^2/\mathcal{R}$.